



## ■ Historia de la informática (3)

# la aritmética con arena y guijarros (cuentas y cálculos)

Ábaco, suanpan, soroban, stschoty, sacharius y yupana

 Por Guillermo Searle Hernández  
Ingeniero de Informática

### Al principio se calculaba con los dedos

Las primeras operaciones del hombre para contabilizar objetos las realizaba articulando los dedos precisos, para indicar la cantidad que pretendía señalar, que era la asociada al conjunto de objetos que contaba. Utilizaba y disponía para estas operaciones de los cinco dedos de cada mano.

Pero la mano del hombre es un instrumento limitado. Solo tiene cinco dedos. Cuando el número de objetos contables superaba los diez dígitos, de ambas manos, la cosa

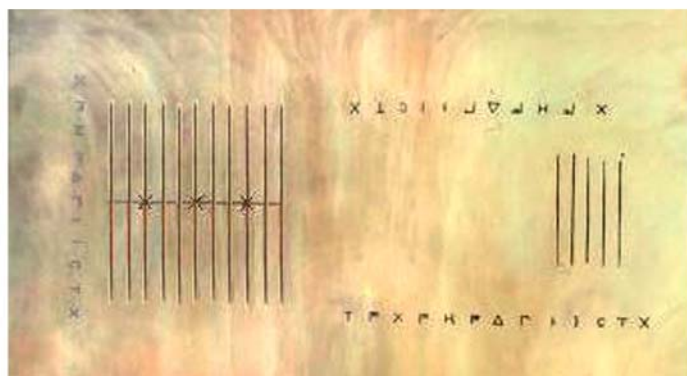
empezaba a complicarse. Había que recurrir a otros componentes anatómicos, como es el transferir la señal a los pies. Claro que los dedos de los pies no son fácilmente contráctiles, ni articulables. El avezado aritmético primitivo, como un contorsionista, se esforzaba adoptando posturas corporales para señalar las cantidades. Las posturas que proponía San Veda, el Venerable, en su aritmética: "*De locuela per gestum digitorum*" (siglo octavo). Eran posturas corporales incómodas y, además, no resultaban nemotécnicas para poder recordar lo que pretendían representar.

### Después se calculará con piedras: cuentas y cálculos

Para liberar la mano y el resto de su anatomía de ser una señal permanente de anotación de cantidades e independizarse de posturas forzadas, para poder de nuevo dedicar la mano a otras manualidades, el hombre empieza a auxiliarse de guijarros aritméticos.

No es de extrañar que a tales piedras se les denominasen también "cálculos", como los cálculos renales (que son piedrecillas), o "cuentas", como las del Rosario (que cuentan oraciones).





**FIGURA 1.** A la izquierda, Facsímile del Ábaco de Salamina y a la derecha el Ábaco ruso Stschoty

Posteriormente los guijarros serán sustituidos por diversidad de objetos similares (fichas, monedas, semillas: garbanzos, granos de maíz, ...) y el utensilio donde depositarlos para que, de forma estable y sin errores, denoten un cierto valor, dará lugar a un nuevo instrumento de cálculo, una primitiva herramienta llamada Ábaco, utensilio al que dedicamos nuestra atención por considerar que es un antecesor informático y a la par coetáneo de los ordenadores actuales.

El Ábaco, con ligeras variantes, es un dispositivo común a las diversas culturas y sorprendentemente, hoy día sigue utilizándose para hacer cuentas y cálculos en muy diversos lugares, así como para aprender aritmética.

### La palabra Ábaco, o Abak, significa arena en fenicio

Era un tablero liso, una mesa. Los primeros Ábacos eran soportes horizontales para hacer dibujos o para señalar áreas colocando guijarros. Eran de tres tipos: los primeros estaban recubiertos de fina arena, a veces enmarcados, sobre los que se podían dibujar trazos ortogonales con pequeñas espátulas, estiletes o punzones, o con el dedo. También servían para colocar los guijarros. Así eran los primitivos

Ábacos fenicio, egipcio, griego y romano. Los segundos Ábacos de funcionalidad similar eran tableros de arcilla reutilizables, donde también se podían trazar señales geométricas. Los terceros, por último, eran Ábacos lisos, con trazos permanentes, para diferenciar contornos de áreas y lugares donde las señales, los guijarros o las marcas, tenían un significado, un peso o valor especial. Un ejemplo de este último tipo es el famoso Ábaco de Salamina.

(FIGURA 1).

### El Ábaco de Salamina

Es una pieza de mármol de 150 x 75 cm. Fue descubierta por Raugabé. Sobre el Ábaco de Salamina se operaba con dos tipos de fichas: dracmas y óbolos (unidades monetarias y de peso). La línea horizontal, que atraviesa las once líneas verticales, separaba las unidades (desde el valor uno hasta el valor cuatro) señalables con piezas en la zona inferior, de los otros valores quinararios, que se señalaban con piezas colocadas en la zona superior. Las once líneas verticales representan cantidades en orden creciente de derecha a izquierda. Las cinco líneas verticales, a la derecha del Ábaco, se usaban para el cálculo de fracciones de dragma, las once líneas de la izquierda para

talentos. La letra "T", que está grabada a la izquierda, en la línea inferior de caracteres, representa el talento. Un talento equivalía a 6.000 dragmas. La siguiente letra hacia la derecha equivale a 5.000 dragmas... De las cuatro últimas letras la "I" representa el óbolo, la "C" el medio óbolo, la penúltima letra "T" un cuarto de óbolo (tetratetorium).

### El Ábaco de Arquímedes

Sobre un Ábaco de arena murió Arquímedes, "aritmético arenario", que pretendía numerar los granos de arena del mar. Sucedió cuando, en la conquista de Siracusa (Sicilia) por Marcelo de Roma, en el año 212 a.C., el sabio estaba dibujando trazos geométricos en su Ábaco y en aquel preciso momento penetró en su estancia un soldado romano, a quien Arquímedes le pidió: "Por favor no me borres los dibujos del Ábaco". El romano no le entendió y dándose por ofendido por sus palabras lo mató inmediatamente con su espada (FIGURA 2).

### Aritméticas de Ábacos o de Pizarras

Hasta el siglo XV y en los comienzos del XVI, persisten en Europa ambos tipos de Ábacos, ambos procedimientos, el que me permito denominar "pedréste" por usar piedras y el gráfico. Un ejemplo de ello es el famoso





**FIGURA 2.** En el año 212 a. C. Arquímedes murió sobre un ábaco de arena - portátil personal de la época-

Bonnacci Pisano...". Se dice que la obra de Fibonnacci procede de otra álgebra escrita en el siglo IX por Muhammad ibn Musa al\_Khwarizmi (de cuyo nombre proceden las palabras guarismo y algoritmo).

**El Ábaco liso de cuentas y el Saccharium**

En cuanto a los Ábacos de cuentas o cálculos, las cantidades procedentes del arte de contar eran cantidades positivas. Diríamos que, en general, se operaba con números naturales (enteros positivos). En ocasiones, utilizando piedrecillas blancas y negras se representarían cantidades positivas y negativas (haber y deber). En todo caso el procedimiento más extendido para contabilizar magnitudes diferentes consistía en señalar áreas, o zonas del tablero, con distinto valor posicional. Por tales motivos se hicieron las marcas o trazos fijos

en el Ábaco, para señalar los contornos en los que un guijarro denotaba un cierto valor distinto, el de la zona donde estaba colocado. A este tipo de Ábaco pertenece el ya mencionado Ábaco de Salamina (**FIGURA 1**). También pertenece a este tipo el tablero de cuentas alemán: "Saccharium", o mantel de cuentas de los antiguos normandos (**véase facsímile de la FIGURA 4**), aunque el Saccharium es muy posterior al ábaco de Salamina.

**Evitando errores de cálculo con Ábacos**

Al primitivo Ábaco plano se le añaden tres procedimientos para que las cuentas y cálculos no se muevan de su posición, no se desprendan del tablero. El primero es la "ranura metálica", que permite el deslizamiento horizontal de las cuentas. El más famoso Ábaco de ranuras es el

cuadro de "Margarita Filosófica" del año 1503 en el que las dos alternativas de Ábaco se nos presentan como en una competición. Por una parte el Ábaco con cuentas o cálculos (piedras), que manejaba Pitágoras. Enfrente, usando un tablero con guarismos y algoritmos, aparece Boecio (Véase el facsímile de la **FIGURA 3**).

Los Ábacos de trazos (tableros para dibujar) darán lugar a las pizarras. Los Ábacos de guijarros (cuentas y cálculos) son lugares donde colocar de forma relativamente estable las pequeñas piezas que representan cantidades.

Con relación a los Ábacos para hacer trazos surgirán tratados aritméticos. Entre ellos podemos mencionar dos, la aritmética escrita por Raúl, obispo de Laón, titulada "Traité de l'Abacus" y el "Álgebra et Almuchabala" escrita en el año 1202 por Leonardo de Pisa, hijo de Bonnacci Pisano, y por ello también llamado Fibonnacci, libro que comienza con estas palabras: "Incipit Liber **Abaci** compositus a Leonardo filio



**FIGURA 3.** Dos métodos en el año 1503, dos ábacos: Guarismos y Algoritmos -Boecio-, frente a Cálculos y Cuentas -Pitágoras\_





Con el Ábaco no hay que aprender ni recordar caracteres asociados a cada número. Pero hay que memorizar los valores posicionales

Ábaco romano del Museo Kircher (Roma). El segundo procedimiento es el uso de "alambres, o varillas, que ligan las cuentas" atravesándolas. Este es el caso de los Ábacos chino: "Suanpan", japonés: "Soroban", o ruso: "Stschoty". El tercer procedimiento consiste en circundar cada zona de un "borde alrededor" para

hacer tope y evitar que los guijarros rueden y se salgan de su posición y esto provoque errores de cálculo. Esta es una de las características de la Yupana (véase FIGURA 5).

### Las operaciones con Ábacos

El Ábaco permite operar sin guarismos. El conteo es efímero. Básicamente se usa para totalizar asientos. La representación de los números con caracteres, simplificada mediante los diez dígitos de nuestro actual sistema de numeración, la introducen los árabes muy posteriormente. Procede de la cultura de los brahmanes de la India. Los hindúes tenían hasta diez mil símbolos diferentes para la representación de su sistema de numeración. Con el Ábaco no hay que aprender ni recordar caracteres asociados a cada número. Pero hay que memorizar los valores posicionales. Hay que aprehender lo que vale cada cuenta en su posición de la ranura o de la varilla o dentro de cada recinto de la Yupana.

En los Ábacos de varillas la notación es doble, como en el Juego del Mus. En una zona se anotan los tantos, que valen uno y en la otra los "amarracos", que valen cinco.

En el Ábaco romano del Museo Kircher está señalado el valor de

cada ranura con los siguientes caracteres: [X]: 1.000.000; (((I))) : 100.000; ((I)) : 10.000; (I) : 1000; C : 100; X : 10; I : 1. Es una herramienta fundamental para operar con números romanos. El Ábaco facilitaba la acumulación y lectura de cantidades expresadas en numeración romana.

En todos los Ábacos de ranuras y varillas las cuentas, que valen cinco, están separadas de las que valen uno, o bien utilizan como separadores cuentas de color diferente. Así es el Ábaco ruso Stschoty. En todos los Ábacos cada varilla también representa un valor posicional, como en el sistema de numeración decimal. De derecha a izquierda tenemos: la varilla de las unidades, de las decenas, las centenas, las unidades de millar, etc. En unos Ábacos hay cuatro posibles fichas, o cuentas, para representar valores hasta el cuatro en la zona unitaria. En el Suanpan chino hay cinco. En el Soroban japonés y el Stschoty ruso solamente hay cuatro. Para representar una cantidad desde el valor uno hasta el cuatro (o hasta el cinco) se deslizará por la ranura, o por el alambre, tantas fichas o cuentas, como queramos representar. Los números superiores a cuatro (o a cinco) se forman desplazando también las fichas o cuentas en la zona

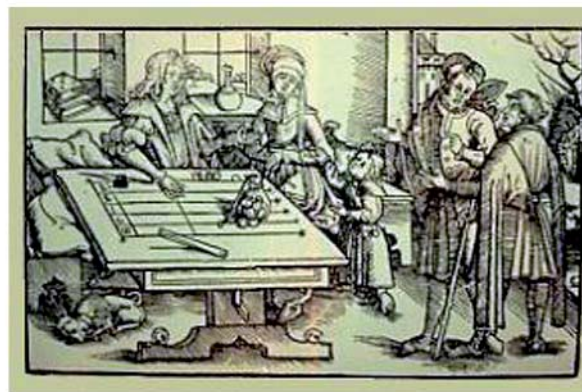
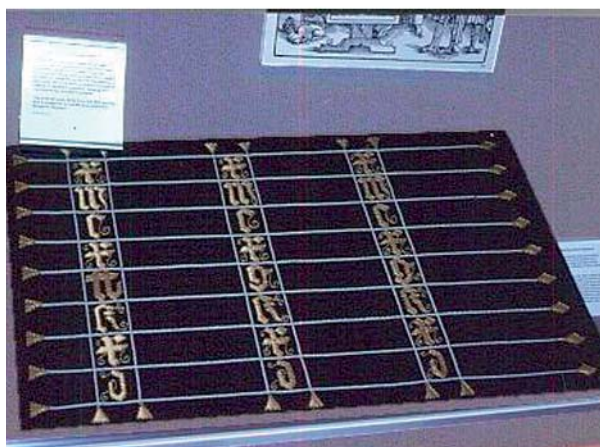
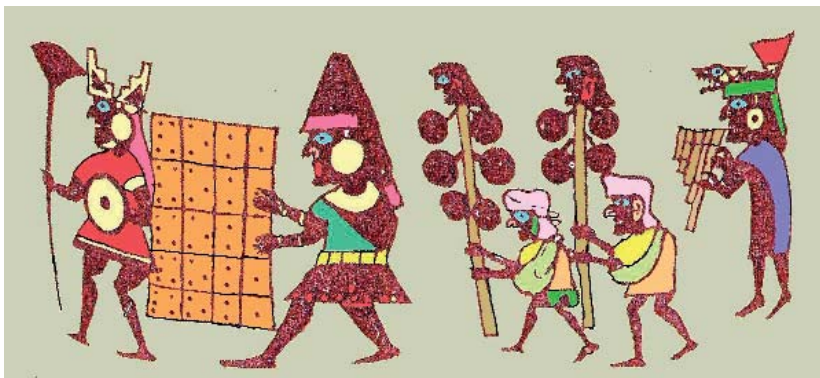


FIGURA 4. Facsímile de Saccharium, del Museo de la Ciencia y la Tecnología de Londres





**FIGURA 5.** De izquierda a derecha: Facsímile del ábaco romano del Museo Kircher; Ábaco de varillas, chino o “Suanpan”; Ábaco incaico llamado “Yupana”



**FIGURA 6.** Facsímile de Quipocamayocs incas celebrando el traslado de una Yupana



**FIGURA 7.** Ábaco ruso “Stschoty”. Escuela rusa del Museo de Arquitectura Popular de Kiev -Ucrania-. Foto del autor

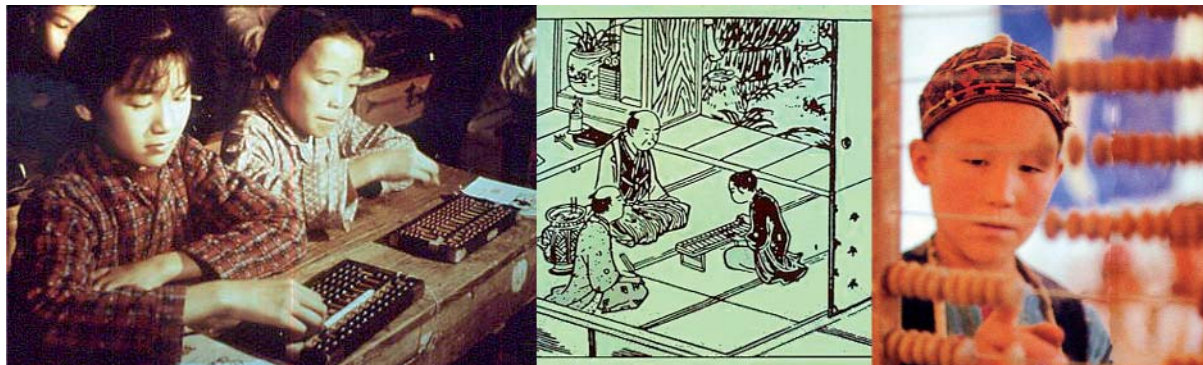
de valor quinario. Por ejemplo un nueve se representa desplazando simultáneamente una ficha de las que tienen valor cinco y cuatro de las de valor uno. Los valores superiores se podrán representar moviendo una ficha en la siguiente varilla, que vale diez veces más.

#### La operación con Yupanas

La Yupana viene a ser el Ábaco hispanoamericano, complemento operativo del Quipo incaico, que vimos anteriormente. En la Yupana se asignan valores a cada terracita. Aunque la arquitectura de las Yupanas es variable, en la Yupana más clásica, el valor máximo de cada recinto es el que señalábamos en el esquema de *Modelo de Yupana*, en el capítulo 2 de *Historia de la Informática*, sobre "las primeras anudaciones", hablando de Quipos y Yupanas.

Representando el esquema de la Yupana como una tabla de cinco filas por cuatro columnas, hacíamos la siguiente previsión de valores asociados a cada fila de celdas (terraticas): Cada fila vale diez veces la fila anterior. Por columnas: la primera celda representa unidades (hasta 5 unidades), la segunda tiene valores quinariorios (hasta 3), la tercera señala "dieces" (máximo 2) y la cuarta vale una





**FIGURA 8.** De izquierda a derecha: Niñas manejando el “Suanpan” en China; Aprendiendo el “Soroban” en Japón; Operando con el “Stschoty” en Rusia

treintena (solo se admite una pieza). Como norma general de operación, cuando se completaba una terracita de una Yupana, con todos los granos de maíz o piedras previstas para esa celda, se suprimían

de Aurillac -Papa Silvestre II (999-1003)- se extiende por Europa hasta el siglo XVII. Posteriormente vuelve a algunas escuelas de Europa Occidental, traído de Rusia por J. V. Poncelet, que fue prisionero desde

habilidad, que enfrentó a un operador de calculadora eléctrica de las tropas americanas, Private T. N. Wood, con un abaquista japonés, Kiyoshi Matsuzaki. No hace falta decir quien ganó: el abaquista.



**FIGURA 9.** El Ábaco en el mundo del trabajo y la enseñanza

moviendo una sola piedra o grano de maíz a la siguiente terraza de la derecha. Cuando no había más terrazas a la derecha se eliminaba la pieza (de valor 30) y la anotación se continuaba en la fila superior siguiente (diez veces más ponderada que la inferior) comenzando con tres piezas unitarias de valor diez, que equivalían y sustituían, la pieza de valor treinta, en la cuadrícula inmediata inferior derecha.

### El ábaco en la escuela y en el comercio

El Ábaco, con el impulso de Gerberto

1812 a 1814, por las contiendas Napoleónicas. El Ábaco de varillas sigue utilizándose en la Europa Oriental hasta la aparición de la calculadora de bolsillo.

En las escuelas rusas, japonesas y chinas, se sigue empleando el Ábaco como procedimiento de iniciación al cálculo. En las aulas escolares de Ucrania, Rusia o Japón, coexistían pizarras y Ábacos (véase FIGURA 7).

La popularidad del uso del Ábaco en oriente era tal que, cuando terminó la Segunda Guerra Mundial, se hicieron competiciones como la ya famosa competición de rapidez y

Personalmente pude comprobar cómo las cajeras de los comercios de Moscú, en el año 1981, habituadas al Ábaco, realizaban con una asombrosa velocidad las operaciones para totalizar el importe de las compras con un pequeño Ábaco y curiosamente, a continuación, tecleaban el resultado de la operación manual en una máquina de cajero comercial, dispositivo electromecánico clásico, que imprimía el ticket del cliente (véase FIGURA 9). 